20#Text (дата звернення: 24.11.2023).

Надійшла до редколегії 26.12.2023 р.

Євланов Максим Вікторович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри ІУС ХНУРЕ, м. Харків, Україна, e-mail: maksym.ievlanov@nure.ua, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6703-5166.
Васильцова Наталія Володимирівна, кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри ІУС ХНУРЕ, м. Харків, Україна, e-mail: nataliia.vasyltsova@nure.ua, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4043-487X (науковий керівник здобувачки вищої освіти Уварової Вікторії Олександрівни).
Уварова Вікторія Олександрівна, здобувач вищої освіти, група ІУСТм-22-1, факультет комп'ютерних наук, ХНУРЕ, м. Харків, Україна, e-mail: viktoriia.uvarova@nure.ua.

УДК 681.513.1 DOI: 10.30837/0135-1710.2024.180.088

С.Г. УДОВЕНКО, В.А. ЗАТХЕЙ, О.В. ТЕСЛЕНКО

МОДУЛЬНА СИСТЕМА ДЕЦЕНТРАЛІЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ БАГАТОЗВ'ЯЗНИМИ ПРОЦЕСАМИ ЗА НАЯВНОСТІ СТРУКТУРНИХ ЗБУРЕНЬ

Розглянуто завдання побудови модульної структури системи децентралізованого керування багатозв'язними процесами за наявності структурних збурень (MULTICON). Запропоновано алгоритм декомпозиції багатозв'язної системи на відносно ізольовані підсистеми. Досліджено питання підвищення робастності систем децентралізованого керування до структурних збурень, пов'язаних з послабленням взаємодії окремих підсистем. Вирішення задачі керування запропоновано здійснювати за допомогою аналізу впливу цих взаємодій на загальний оптимум. Розглянуто функції та особливості реалізації модулів, що входять до складу пропонованої системи керування. Проведено експериментальну перевірку отриманих результатів.

1. Вступ

До найважливіших проблем, що виникають при побудові систем керування багатозв'язними процесами, відноситься проблема вибору їхньої структури.

У разі локального керування багатозв'язним процесом, опис якого не вимагає багатостадійного представлення його окремих етапів, природним є застосування централізованого багатовимірного регулятора [1]. Очевидно, що складність регулятора такого типу багато в чому залежить від характеру та розмірності перехресних зв'язків моделі об'єкта. При цьому може бути суттєво ускладнена можливість реалізації розглянутої схеми управління, що послідовно реалізує процедури фільтрації даних, прогнозування виходу, оцінювання параметрів та визначення керуючих впливів. Тісний взаємозв'язок цих процедур погіршує умови роботи системи керування і призводить до таких небажаних наслідків, як неідентифікованість та низька швидкість збіжності процесу параметричної ідентифікації. Крім того, через такий взаємозв'язок загальний час обробки інформації на кожному такті роботи регулятора визначається сумарною тривалістю виконання всіх процедур, що обмежує можливість ефективного управління швидкоплинними процесами. Ці обставини стимулювали застосування в багатовимірних системах методів, мета яких полягає в декомпозиції загального завдання на локальні підзавдання ідентифікації та керування з паралельною їх координацією [2, 3]. Децентралізація завдань може бути здійснена з використанням модульної структури системи керування.

Такий підхід до синтезу систем керування має низку певних переваг, серед яких можна виділити:

– спрощення схеми проєктування, викликане тим, що кожен модуль виконує одну функцію загального завдання (при цьому кожен модуль може містити набір алгоритмів, що реалізують різні процедури, пов'язані зі застосуванням тих чи інших критеріїв та обмежень, що забезпечує системі розширення функціональних можливостей);

– можливість паралельного вирішення завдань ідентифікації та управління, що сприяє підвищенню швидкодії системи;

– підвищення надійності функціонування системи, обумовлене наявністю координатора, здатного послабити негативні наслідки збою окремих блоків;

– можливість роздільного використання мікропроцесорних модулів, що реалізують окремі функції системи та скоординовані між собою (при цьому можуть бути суттєво знижені вимоги до основних характеристик обчислювальних засобів, що обираються для реалізації завдань системи).

Практично безальтернативним є застосування принципу децентралізації при управлінні багатостадійними технологічними процесами. Про це свідчать результати його застосування в системах різного функціонального призначення (енергетичних, газотранспортних, хіміко-технологічних тощо) [4]. У найпростішому варіанті багатовимірний регулятор децентралізованого управління реалізується послідовністю регуляторів, призначених для вирішення локальних задач мінімізації складових деякого квадратичного критерію.

Перспективним розвитком децентралізованого керування багатозв'язними процесами є дослідження, пов'язані з розглядом можливості його застосування для реальних ситуацій часткового порушення взаємозв'язків між підсистемами в багатовимірних стохастичних системах. Втім слід зазначити, що подібні дослідження на сьогодні є недостатньо розвинутими.

2. Аналіз літературних даних і постановка задач дослідження

В багатьох дослідженнях, присвячених побудові систем децентралізованого керування, використовується багаторівневий координаційний підхід [5, 6]. Структура таких систем передбачає збереження стандартних функцій багатовимірних регуляторів, але при цьому змінюється характер взаємодії між їхніми окремими блоками. Перехід до локалізованих завдань для таких блоків потребує, зазвичай, роздільної формалізації критеріїв управління та ідентифікації, що призводить до необхідності розгляду задачі багатоцільової мінімізації. Вирішення такої задачі має забезпечуватися в реальному масштабі часу за допомогою додаткових блоків координації та визначення допоміжних параметрів, необхідних для оперативної підтримки вибраної схеми координованої оптимізації. Для реалізації багатовимірних регуляторів, заснованих на подібному (або близькому до нього) підході, у роботах [7, 8] пропонується параметричний метод, заснований на використанні зваженої адитивної цільової функції, що відображає компроміс між цілями ідентифікації та управління.

Мінімізація такої функції за змінними керуваннями та параметрами ідентифікації може бути зведена до пошуку ефективної точки множини Парето. Регулятор, що реалізує управління за відповідним компромісним критерієм, відноситься до класу псевдодуальних субоптимальних регуляторів [1]. Його властивості значною мірою залежать від значення вагового коефіцієнта, який надає певні пріоритети алгоритмам корекції параметрів моделі або визначення керуючих дій. При цьому регулятор може інтенсифікувати процедури оцінювання параметрів та предикції виходу (обережний режим) чи функціонувати в режимі стохастично еквівалентного управління [9]. Таким чином, за допомогою вибору різних значень вагових коефіцієнтів компромісного критерію можна реалізувати різні стратегії управління. У відомих алгоритмах псевдодуального управління такі вагові коефіцієнти компромісної функції є постійними і вибираються експериментально, що зазвичай прийнятно для динамічних систем з дрейфом параметрів. Розробка оперативного алгоритму налаштування таких коефіцієнтів може підвищити ефективність використання багаторівневих псевдодуальних методів у системах управління багатозв'язними об'єктами, що самоналаштовуються.

Слід також згадати такі методи децентралізованого управління:

– модифікацію параметричного методу, засновану на розгляді обмежень на одну із складових цільової функції. Наприклад, в [10] запропонований регулятор, що формує управління при обмеженнях на певну частину змінних стану системи;

– двокроковий метод, при якому завдання ідентифікації та оптимізації вирішуються, як у звичайних системах, що самоналаштовуються, але при цьому мінімізується функціонал якості, що враховує замість значень параметрів об'єкта їхні оцінки [1];

– метод змішаної координації, заснований на введенні в керуючий вплив зондувального сигналу та одночасному згладжуванні оцінок [2].

Всі ці методи тією чи іншою мірою ґрунтуються на результатах теорії ієрархічних систем і містять елементи евристики, викликані необхідністю визначення (або апріорного вибору) цілого ряду допоміжних параметрів [11, 12, 13].

Аналіз розглянутих публікацій дозволяє зробити висновок щодо доцільності проведення досліджень, що дозволили б отримати послідовність побудови децентралізованих систем керування багатовимірними технологічними об'єктами за умов часткового порушення структурних взаємозв'язків.

3. Мета та задачі дослідження

Метою даної роботи є розробка модульної структури побудови децентралізованих систем керування багатовимірними технологічними об'єктами за умов часткового порушення структурних взаємозв'язків.

Для досягнення цієї мети вирішуються такі задачі:

– розробка структури та визначення функцій окремих модулів запропонованої децентралізованої системи;

– розробка методу декомпозиції завдань керування багатозв'язним процесом;

– аналіз впливу структурних взаємодій між підсистемами на робастність керованої багатозв'язної системи;

– розробка методу децентралізованого керування багатовимірними системами з явним завданням взаємодій між підсистемами;

– експериментальне моделювання запропонованого підходу.

4. Структура та функції модульної децентралізованої системи

Розглянемо завдання побудови модульної структури системи децентралізованого керування багатозв'язними процесами за наявності структурних збурень (MULTICON).

Така система може бути реалізована, якщо є можливість оперативного автоматичного виміру необхідних параметрів об'єкта управління (ОУ). У цьому випадку завданням системи MULTICON є синтез цифрового багатовимірного регулятора, який мінімізує очікуване значення квадратичних втрат (Q), якщо система описана лінійною (L) гауссівською (G) дискретною моделлю. При цьому синтезований LGQ-регулятор повинен працювати не тільки з керуючими входами та керованими виходами, але й зі збуреннями (явними та неявними). Пропонований підхід до його розробки ґрунтується на попередній декомпозиції глобальної багатозв'язної системи на відносно ізольовані підсистеми з урахуванням структурних збурень, що пов'язані з можливим послабленням взаємодії окремих підсистем в поточному часі. Розрахунок керуючих дій має здійснюватися за результатами аналізу впливу цих взаємодій на загальний оптимум.

Для реалізації системи MULTICON доцільно розробити комплекс взаємопов'язаних програмно-алгоритмічних модулів: модуль вибору структури глобальної моделі ОУ (STR); модуль декомпозиції глобальної моделі ОУ на моделі підсистем (DEC); модуль оцінювання стану взаємозв'язків між локальними підсистемами (SLOC); модуль робастного керування децентралізованою системою (SCON).

5. Реалізація функцій STR та DEC модульної системи

В загальному випадку динамічна багатовимірна система може бути описана у дискретному часі рівнянням (глобальною моделлю) вигляду:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) = f(x,u,k)\,, \tag{1}$$

де $x(k), u(k)$ – вектори змінних стану та керувань відповідно ($x(k) \in R^n$, $u(k) \in R^m$); A , B – матриці розмірності ($n \times n$) та ($n \times m$) відповідно; k – дискретний час.

Вибір структури глобальної матрично-векторної моделі багатозв'язного ОУ (1) здійснюється модулем STR з визначенням відповідних розмірностей та елементів матриць та векторів.

Якщо матриця B є діагональною, то система (1) може бути декомпозована на підсистеми S_i , $i = \overline{1,N}$, поєднані за допомогою функцій зв'язку $z_i(x',u',k)$, керування якими за заданим квадратичним критерієм можна задовільно здійснювати з використанням методів координації [10].

В цьому випадку кожна з підсистем описується рівнянням:

$$x_i(k+1) = f_i(x_i,u_i,k) + z_i(x',u',k)\,;\; i = \overline{1,N}\,, \tag{2}$$

де $x'(k) = \left[x_1(k), x_2(k), ..., x_n(k)\right]^T$; $u'(k) = \left[u_1(k), u_2(k), ..., u_m(k)\right]^T$.

Векторна функція $z_i(x',u',k)$ є тут функцією взаємодій, що входять до i -ї підсистеми з j -х підсистем ($j = \overline{1,N}$; $i \neq j$). При цьому управління підсистемами здійснюється за допомогою стандартного алгоритму, що використовує зворотний зв'язок:

$$u_i(k) = g_i\left[x_i, k\right],\; k \geq k1\,,\; i = \overline{1,N}\,, \tag{3}$$

де $k1$ – початковий такт управління.

Однак при великій кількості взаємозв'язків між підсистемами ітераційний характер методів координації призводить до значних обчислювальних складнощів і наявності похибок, що накопичуються. Крім того, рішення при розрахунку параметрів координації засновані на попередній оцінці траєкторій, яка ускладнюється тим, що координаційним змінним, які штучно формуються для рівнянь зв'язку, не можна дати фізичної інтерпретації. Для усунення цих недоліків запропонуємо метод вирішення задачі робастного управління багатозв'язними динамічними системами, що базується на аналізі впливу взаємодій на загальний оптимум.

Цей метод враховує взаємодії як реальні зв'язки між підсистемами, а модифікація локальних керувань базується на аналізі впливу цих взаємодій на загальний оптимум. Для реалізації запропонованих методів доцільно використовувати математичний апарат, який дозволив би перетворити матриці в рівнянні (1) таким чином, щоб кожна підсистема була керована лише через свої власні змінні. Процедура такого перетворення є основою розв'язання задачі децентралізації (декомпозиції) загальної системи (модуль DEC).

Представимо рівняння (1) у вигляді:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_m(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & \cdots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & \cdots & B_{1m} \\ B_{21} & \cdots & B_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{n1} & \cdots & B_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \\ \vdots \\ u_m(k) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Розглянемо стандартне завдання управління системою (4), що мінімізує лінійно-квадратичний функціонал:

$$J(u) = \min_u (k-k1)^{-1} \left[x(k2)^T Dx(k2) + \sum_{k=k1}^{k2} (x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)) \right], \quad (5)$$

де D, Q, R – діагональні позитивно визначені матриці.

Для декомпозиції системи S на N підсистем S_i, $i=\overline{1,N}$ виділимо N завдань локальної оптимізації.

Нехай кожна з таких підсистем описується рівнянням:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) + B_i u_i(k) + \sum_{j=1}^{N} A_{ij} x_j(k),\ i=\overline{1,N}, \quad (6)$$

де $x_i(k) \in R^{n_i}$, $u_i(k) \in R^{m_i}$; A_i, B_i – матриці розмірності ($n_i \times n_i$) та ($n_i \times m_i$) відповідно; A_{ij} – матриці взаємодій, що входять до i-ї підсистеми.

Введемо перетворення підсистем S_i такого вигляду:

$$x_i'(k) = L_i^{-1} x_i(k), \quad (7)$$

де $L_i = \left[B_1^i, ..., A_i^{n_i-1} B_1^i, ... B_m^i, ..., A_i^{n_i N} B_m^i \right]$; $B_1^i, ..., B_m^i$ – рядки матриці B_i.

Рівняння (6) при цьому перетворюється так:

$$x_i'(k+1) = A_i' x_i'(k) + B_i' u_i(k) + A_{ij}' x_j'(k), \tag{8}$$

де $A_i' = L_i^{-1} A_i L_i$; $A_{ij}' = L_i^{-1} A_{ij} L_i$; $B_i' = L_i^{-1} B_i L_i$.

Оскільки вектор $x_i'(k) = \left[x_{i1}'(k), ..., x_{in}'(k) \right]^T$, надалі можна ввести перестановочну матрицю для перегрупування елементів $x_{ij}'(k)$ таким способом, щоб кожен елемент i-ї підсистеми був пов'язаний з управлінням $u_i(k) \in R^{m_i}$.

Очевидно, що перестановочна матриця повинна мати блокову структуру:

$$P = (P_1^T, P_2^T, ..., P_m^T)^T,$$

причому i-й блок задається так:

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & I_{1i} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & I_{2i} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underbrace{0 \quad \cdots \quad 0}_{i-1} & & & \underbrace{0 \quad \cdots \quad 0 \quad \cdots \quad I_{Ni}}_{n+1} & & & & & \underbrace{0 \quad \cdots \quad 0}_{m-i} & & \end{bmatrix},$$

де I_{ji} – одинична матриця розмірності ($n_{ji} \times n_{ji}$).

Результуюче рішення у векторній формі набуде вигляду:

$$Px(k+1) = A_p' Px(k) + B_p' u(k),$$

$$\text{де } A' = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & & & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix}; \; B' = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix}, \; B_P' = PB', \; A_P' = PA'.$$

При цьому кількість керувань відповідатиме числу підсистем, тобто:

$$n = \sum_{i=1}^{m} n_i; \; u_i(k) \to S_i; \; u_j(k) \to S_j.$$

Результуюча структура децентралізованої підсистеми відповідатиме рівнянню:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ \vdots \\ x_i(k+1) \\ \vdots \\ x_N(k+1) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c} \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1l} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{l1} & \cdots & A_{ll} \end{pmatrix} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \begin{pmatrix} A_{i1} & \cdots & A_{ip} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{p1} & \cdots & A_{pp} \end{pmatrix} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \begin{pmatrix} A_{j1} & \cdots & A_{jN} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{N1} & \cdots & A_{NN} \end{pmatrix} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_i(k) \\ \vdots \\ x_N(k) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} B_1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & B_i & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & B_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ \vdots \\ u_i(k) \\ \vdots \\ u_N(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \cdots & A_{1i} & \cdots & A_{1N} \\ \vdots & & & & \vdots \\ A_{i1} & \cdots & 0 & \cdots & A_{iN} \\ \vdots & & & & \vdots \\ A_{N1} & \cdots & A_{Nl} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_i(k) \\ \vdots \\ x_l(k) \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

де $1 \le l \le n_i$.

Залежність (9) відповідає децентралізованій системі. Перевага запропонованого методу децентралізації полягає у відносно простій процедурі перетворення та перестановки елементів вихідних матриць. Усі операції тут здійснюються на рівні підсистем і лише перестановка здійснюється для всієї системи. Децентралізація є основою робастного керування підсистемами. Важливим етапом подальшого синтезу багатозв'язного регулятора є визначення незалежних змінних виділених підсистем.

6. Аналіз впливу взаємодій на робастність керованої багатозв'язної системи (модуль SLOC)

Розглянемо рівняння керованої багатозв’язної системи S, що містить N взаємозалежних підсистем S_i після здійснення децентралізації (тобто взаємодії пов'язані лише зі змінними станами $x(k)$):

$$x_i(k+1) = f_i(x_i(k), u_i(k), k) + z_i\left[x_i(k), k\right], \; i = \overline{1, N},$$

$$x_i(k) \in R^{n_i}; \; R^n = R^{n_1} \times R^{n_2} \times \cdots \times R^{n_N}; \qquad (10)$$

$$u_i(k) \in R^{m_i}; \; R^m = R^{m_1} \times R^{m_2} \times \cdots \times R^{m_N}; \; k1 \le k \le k2,$$

де $z_i\left[x_j(k), k\right]$ – змінні взаємодій між підсистемами; $u_i(k)$ – керуючі впливи підсистем.

Цільову функцію для всієї системи представимо у вигляді:

$$J(u)=\min_{u}\left\{\Phi_i\left[x(k2),k2\right]+\sum_{k=k1}^{k2}F(x(k),u(k),k)\right\},\qquad(11)$$

де $J(u)=\sum_{i=1}^{N}J_i(u_i)$; $J_i(u_i)=\min_{u_i}\left\{\Phi_i\left[x_i(k2),k2\right]+\sum_{k=k1}^{k2}F_i(x_i(k),u_i(k),k)\right\}$; $k1$ та $k2$ – відповідно початковий та кінцевий такти управління.

Припустимо, що оптимальне управління для i-ї підсистеми може бути представлене стандартним рівнянням зворотного зв'язку:

$$u_i(k)=g_i\left[x_i(k),k\right].\qquad(12)$$

Локальну функцію управління без урахування інтеракцій позначимо так:

$$u_i^S(k)=g_i^S\left[x_i(k),k\right],\qquad(13)$$

тоді

$$J^S(u^S)=\sum_{i=1}^{N}J^S(u_i^S).\qquad(14)$$

Оскільки функції управління $u_i^S(k)$ неспроможні гарантувати умов глобального оптимуму, локальні управління є лише субоптимальними.

Якщо позначити глобальну функцію як $J^g(u)$, то співвідношення значень глобального функціоналу і функціоналу (14) можна виразити нерівністю вигляду:

$$J^g(u)\le(1+\varepsilon)J^S(u^S),\qquad(15)$$

де ε – індекс субоптимальності управління ($\varepsilon>0$).

Очевидно, що індекс субоптимальності є мірою впливу на якість управління взаємодій, що враховуються між підсистемами.

Нехай кожна підсистема, виділена після децентралізації, описується рівнянням вигляду (10), а відповідні локальні функції управління – рівняннями вигляду (13). Вважатимемо, що рішення рівнянь (10) є субоптимальним при застосуванні управлінь (13), якщо існує таке значення $\varepsilon>0$, для якого нерівність (15) виконується.

Субоптимальне рішення має враховувати обмеження норми змінних взаємодій $\|z_i(k,x(k))\|$. Нехай вирішення проблеми оптимізації виділених в результаті децентралізації систем S_i, $i=\overline{1,N}$ здійснюється за дворівневою схемою. На нижньому рівні проводиться локальна оптимізація підсистем, а завданням верхнього рівня є така корекція локальної функції управління, яка з урахуванням взаємодій забезпечує робастність системи, причому індекс субоптимальності повинен відповідати таким умовам:

$$\varepsilon = g\left[J_i^0(u_i(k)) - J_i^S(u_i^S(k) + u_i^M(k)) \right] \to 0 \tag{16}$$

або

$$\varepsilon = g\left[J_i^0(u_i(k)) - J_i^S(u_i^S(k) + u_i^M(k)) \right] \to 0 \,. \tag{17}$$

Умова (16) відповідає випадку, коли взаємодії інтерпретуються як невизначеності моделі; при цьому необхідно $u^M(k)$ визначати так, щоб $\varepsilon \to 0$.

Умова (17) відповідає випадку, коли взаємодії інтерпретуються як реальні зв'язки між виділеними підсистемами, а локальні управління $u_i^S(k)$ модифікуються за допомогою управлінь $u_i^M(k)$ так, щоб параметр ε сходився до нуля з урахуванням функції помилки $g(J_i^0 - J_i^S)$.

Нехай цільова функція для підсистем S_i, $i = \overline{1,N}$ без урахування взаємозв'язків має вигляд:

$$J_i^S(u_i^S) = \min_{u_i^S} \left\{ \Phi_i\left[x_i(k2), k2\right] + \sum_{k=k1}^{k2} F_i(x_i(k), u_i(k), k) \right\}. \tag{18}$$

Тоді очевидною є така залежність:

$$\nabla_k J_i^S + \nabla_{x_i} J_i^S f_i^S(x_i(k), u_i^S(k), k) + F_i^S(x_i(k), u_i^S(k), k) = 0 \,. \tag{19}$$

Якщо підсистеми S_i, $i = \overline{1,N}$ є локально керованими стосовно своїх цільових функцій $J_i^S(u_i^S)$, то повинні виконуватися нерівності:

$$\nabla_{x_i} J_i^{ST} z_i^S\left[x_j(k), k\right] \le \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} F_i^S(x_i(k), u_i^S(k), k) \,,\ i = \overline{1,N} \,. \tag{20}$$

Нехай існує така модифікована функція управління $u_i^M(k)$, яка відбиває вплив взаємодій між підсистемами на глобальний оптимум. Тоді після введення норми $\left\| z_i(x_j(k), k) \right\|$ нерівність (20) може бути перетворена до вигляду:

$$\left\| \nabla_{x_i} J_i^S \right\|^T \left\| z_i^M(u_i^M(k), k) \right\| \le \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} F_i^S(x_i(k), u_i^S(k), k) \,. \tag{21}$$

Остання нерівність відбиває залежність між індексом ε і взаємодіями $z_i\left[x_j(k),k\right]$.

У загальному випадку взаємодії $z_i\left[x_j(k),k\right]$ пов'язані з елементами фундаментальної матриці взаємозв'язків $E'(k)=\left[e_{ij}(k)\right]_{N\times N}$. Елементи цієї матриці обмежені залежністю $0\le e_{ij}(k)\le 1$. При цьому взаємодії виражаються такою функцією:

$$z_i\left[x_j(k)\right]=z_i\left[e_{i1}(k)x_1(k),e_{i2}(k)x_2(k),...,e_{iN}(k)x_N(k),k\right],\ i,j=\overline{1,N}. \tag{22}$$

Підсистема S_i є субоптимальною по відношенню до цільової функції $J_i^S(u_i^S)$ при $u_i^S(k)=g_i^S\left[x_i(k),k\right]$, якщо норма взаємодій обмежується нерівністю вигляду:

$$\left\|z_i\left[x_j(k),k\right]\right\|\le\sum_{i=1}^{N}e_{ij}(k)\xi_{ij}\left\|x_j(k)\right\|, \tag{23}$$

де ξ_{ij} – функція обмеження норми змінних взаємодії, що визначається таким чином:

$$\xi=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}e_{ij}\xi_{ij}=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}. \tag{24}$$

Багатозв'язну систему виду (10) вважатимемо c-робастною (або connection-робастною) по відношенню до змінних взаємодії, якщо виконується умова (24). Очевидно, що c-робастність гарантує субоптимальність управління системою в сенсі (16) та її асимптотичну стійкість.

Визначимо умови c-робастності для багатозв'язних систем із квадратичною цільовою функцією. Нехай після проведення децентралізації вихідної багатозв'язної системи за правилами, визначеними вище, підсистеми описуються рівняннями вигляду (9), тобто:

$$x_i(k+1)=A_ix_i(k)+B_iu_i(k)+\sum_{j=1}^{N}A_{ij}x_j(k),\ \ i=\overline{1,N}, \tag{25}$$

де A_i, A_{ij} – матриці розмірностей ($n_i\times n_i$) та ($(n-n_i)\times(n-n_i)$) відповідно; B_i – блочно-діагональна матриця.

Задамо квадратичний функціонал для кожної підсистеми:

$$J_i(u_i)=\min_{u_i}(k-k1)^{-1}\sum_{k=k1}^{k2}(x_i^T(k)Q_ix_i(k)+u_i^T(k)R_iu_i(k)), \tag{25}$$

де Q_i,R_i – позитивно визначена та позитивно напіввизначена блочно-діагональні матриці відповідно.

Нехай існують локальні керування підсистемами, що відповідають стандартним рівнянням зворотного зв'язку:

$$u_i^S(k) = -K_i^S x_i(k)\,,\; i = \overline{1,N}\,, \tag{26}$$

де $K_i^S = R_i^{-1} B_i^T K_i x_i(k)$; K_i – рішення рівняння Ріккаті для заданого значення $k2$.

Відомо, що рівняння Ріккаті мають вигляд:

$$K_i(k+1) = -A_i^T K_i - K_i A_i + K_i B_i R_i^{-1} B_i^T K_i - Q_i\,, \text{ для } k2 < \infty\,;$$

$$-A_i^T K_i - K_i A_i + K_i B_i R_i^{-1} B_i^T K_i - Q_i = 0\,, \text{ для } k2 = \infty\,.$$

Після визначення локальних рішень отримуємо:

$$x_i(k+1) = A_i x_i(k) - B_i R_i^{-1} B_i^T K_i x_i(k) + z_i\left[x_j(k), k\right],\; i = \overline{1,N}\,, \tag{27}$$

де $z_i(k) = \sum\limits_{j=1}^{N} A_{ij} x_j(k)$.

Твердження А. Якщо взаємодії $z_i\left[x_j(k), k\right]$, $i, j = \overline{1,N}$; $i \neq j$ обмежені по відношенню до норми нерівністю вигляду

$$\left\| z_i\left[x_j(k), k\right] \right\| \le \xi_{ij} \left\| x_{ij} \right\|, \tag{28}$$

то існує число ξ, що гарантує *с*-робастність вихідної системи, причому:

$$\xi = \frac{\lambda_{\min}(P)\varepsilon}{\lambda_{\max}(K)(1+\varepsilon)}\,, \tag{29}$$

де P – блочно-діагональна матриця з елементами $P_i = -K_i B_i R_i^{-1} B_i K_i + Q$; K – симетрична позитивно визначена матриця з блочно-діагональними елементами K_i, які є матричними рішеннями рівнянь Ріккаті для $k2 \to \infty$; $\lambda_{\max}(K)$ – максимальне власне число матриці K; $\lambda_{\min}(P)$ – мінімальне власне число матриці P.

Залежність (29) передбачає визначення власних чисел матриць P і K. Коректність твердження А, заснованого на виконанні (28) та (29), може бути показана за аналогією з доказом умови (21), де при відомих значеннях $J(u_i)$ та F_i, $i = \overline{1,N}$ визначалися для заданого ε управління $u_i^S(k)$, які гарантували б субоптимальність та стійкість рішення.

7. *С*-робастне управління децентралізованою системою з явним завданням взаємодій між підсистемами (модуль SCON)

Припустимо, що кожна підсистема S_i повністю керована, взаємодії впливають лише на змінні стани, а матриця B всієї системи може бути приведена до блочно-діагонального вигляду описаним вище методом децентралізації.

Нехай взаємодії є реальними зв'язками між підсистемами, а застосування локальних цільових функцій дає лише субоптимальні результати для локальних управлінь $u_i^S(k)$, $i=\overline{1,N}$ без гарантованого забезпечення стійкості підсистем.

Локальні управління мають стандартний вигляд:

$$u_i^S(k) = -K_i^S x_i(k)\,, \tag{30}$$

де $K_i^S = R_i^{-1} B_i^T K_i$; K_i – розв'язання матричного рівняння типу

$$A_i^T K_i + K_i A_i - K_i B_i R_i^{-1} B_i^T K_i + Q_i = 0\,. \tag{31}$$

Розглянемо деякі теоретичні передумови, що дозволяють визначити умови c-робастності аналізованої динамічної системи.

Можна показати, що такі умови можуть виконуватися лише тоді, коли матриця явних взаємодій між підсистемами $Z=(z_i)$, $i=\overline{1,N}$ може бути представлена у вигляді:

$$Z = VK\,, \tag{32}$$

де K – симетрична діагональна матриця рішень (31); V – антисиметрична матриця розмірності ($n \times n$).

Для модифікації локальних управлінь з урахуванням взаємодій, які відповідають реальним зв'язкам між підсистемами, було доведено таке твердження.

Твердження В. Якщо для системи, що розглядається, з глобальним квадратичним функціоналом може бути визначено глобальне управління

$$u^g(k) = -R^{-1} B^T K' x(k)\,, \tag{33}$$

де K' – розв'язання матричного рівняння Ріккаті вигляду

$$K'A + A^T K' - K'BR^{-1}B^T K' + Q = 0\,, \tag{34}$$

то мають існувати:

– антисиметрична матриця V, яка є рішенням матричного рівняння Ляпунова:

$$V(A_0+Z)+(A_0+Z)^T V+Z^T KA_0-A_0^T KZ=0\,; \qquad (35)$$

– позитивно визначена коригуюча матриця K^c, яка визначається залежністю вигляду:

$$K^c=K'-K=(V-KZ)(A_0+Z)^{-1}\,; \qquad (36)$$

– матриця корекції управлінь B^c розмірності ($n\times n$), яка визначається залежністю вигляду:

$$B^c=-(K+K^c)^{-1}K^c B\,. \qquad (37)$$

При цьому скориговане управління $u^c(k)$ представляється таким виразом:

$$u^c(k)=u^S(k)+u^M(k)=-(K^S+K^M)x(k)\,. \qquad (38)$$

На рис. 1 наведено загальну схему модифікації локальних рішень, що відповідає описаному методу.

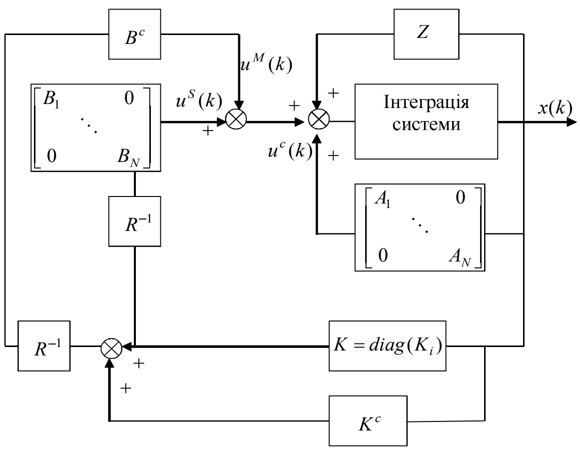

Рис. 1. Схема модифікації локальних рішень за явного завдання взаємодій між підсистемами

Твердження В дає можливість простого розв'язання задач цифрового управління багатозв'язковими системами, основою якого є визначення матриць корекції B^c та K^c.

Відомо, що однією з основних труднощів, що виникають при оптимізації багатозв'язкових динамічних систем, є необхідність відшукання глобального рішення K' нелінійного матричного рівняння Ріккаті. Запропонований метод дозволяє після декомпозиції загального завдання перейти до вирішення рівнянь для локальних підсистем, тобто визначення матриць K_i, $i=\overline{1,N}$, що суттєво полегшує практичну реалізацію процедур цифрового управління.

Процедура корекції локальних рішень забезпечує c-робастність системи, тобто гарантовану стійкість та субоптимальність. Запропонований підхід може бути реалізований дворівневою схемою оптимізації. На нижньому рівні цієї схеми вирішуються локальні завдання оптимізації без урахування взаємодій, а на вищому рівні ці рішення коригуються (при відомих A_i, B_i, Q_i, R_i ($i = \overline{1, N}$)) для досягнення c-робастності.

8. Експериментальне моделювання

Експериментальне моделювання розглянутого методу проводилося для вихідних моделей багатозв'язних хіміко-технологічних систем, що описують взаємозв'язок між вхідними та вихідними параметрами процесів. Зазначимо, що на нинішньому етапі дослідження розглядалися лише спрощені моделі таких систем, кожна з підсистем яких повністю керована, взаємодії впливають лише на змінні стану, а матриця B усієї системи може бути приведена до блочно-діагонального вигляду шляхом децентралізації. Під час моделювання було здійснено декомпозицію глобальної системи на 4 локальні підсистеми.

У таблиці 1 наведено деякі результати моделювання методу для вихідної системи типу (1) з описом реальних зв'язків між підсистемами (для прикладів 1 та 2). У прикладах 1 та 2 моделювалися відповідно випадки неявного та явного завдання зв’язків між підсистемами після декомпозиції глобальної системи.

Таблиця 1

Результати моделювання (для прикладів 1 та 2)

Метод	Індекс субоптимальності	Значення квадратичних функціоналів
Локальних керувань (1)	1.017	5.653
Робастного керування (1)	0.1009	3.157
Локальних керувань (2)	1.628	1.283
Робастного керування (2)	0.251	0.532

Моделювання завдання децентралізованого керування було також здійснено за відомим методом координації, заснованим на відшуканні значень невизначених множників [12]. Порівняльний аналіз результатів, отриманих з використанням цього стандартного методу та c-робастних методів, свідчить про перевагу останніх.

Результати для методу локальних управлінь $u_i^S(k)$, $i = \overline{1,4}$ з координацією істотно поступаються відповідним результатам при застосуванні c-робастного управління (за оцінками індексу субоптимальності і значень квадратичних функціоналів). Крім того, локальні управління не гарантували забезпечення стійкості підсистем, а траєкторії змінних стану підтвердили асимптотичну стійкість системи після введення матриць корекції в алгоритм управління.

Зазначимо також, що c-робастні методи характеризуються значно меншим часом реалізації обчислювальних процедур на кожному такті ідентифікації та управління в реальному масштабі часу.

Результати експериментального моделювання знаходяться у відповідності до представлених в даній роботі теоретичних висновків.

6. Обговорення результатів дослідження

Проблема розробки системи децентралізованого керування багатозв'язними динамічними процесами (MULTICON), що враховує взаємозв'язки між локальними підсистемами, вирішується в даній роботі завдяки використанню сукупності програмно-аналітичних модулів.

Система MULTICON передбачає необхідність реалізації низки функцій, зокрема: вибору структури глобальної моделі ОУ (модуль STR); попередньої декомпозиції глобальної моделі на відносно ізольовані підсистеми з урахуванням структурних збурень, пов'язаних з можливим послабленням взаємодії окремих підсистем в поточному часі (модуль DEC); оцінювання стану взаємозв'язків між локальними підсистемами (SLOC); модуль робастного керування децентралізованою системою (SCON), де розрахунок керуючих дій здійснюється за результатами аналізу впливу взаємозв'язків між локальними підсистемами на загальний оптимум.

Відзначимо доцільність введення поняття c-робастності багатозв'язних систем, що гарантує їхню асимптотичну стійкість та субоптимальність при виникненні структурних збурень.

Запропонований підхід до робастного децентралізованого керування з урахуванням взаємозв'язків між локальними керуваннями заснований на визначенні матриць корекції. Цей підхід має певні переваги у порівнянні з методом координації локальних керувань.

Слід зазначити, що результати мають переважно теоретичний характер.

Перспективним розвитком запропонованого методу є подальші дослідження, пов'язані з розглядом можливості його застосування для реальних ситуацій часткового порушення взаємозв'язків між підсистемами в конкретних прикладних галузях, зокрема, в електроенергетичних системах та системах транспортування газу.

Крім того, доцільним є доповнення базової структури системи MULTICON додатковими модулями EST (поточної корекції параметрів моделі ОУ) та PCON (прогнозування якості керування), а також застосування мікросервісної архітектури обробки даних [14].

7. Висновки

У ході даного дослідження було вирішено задачу розробки модульної системи децентралізованого керування багатозв'язними технологічними об'єктами за умов часткового порушення структурних взаємозв'язків.

Для вирішення цієї задачі було здійснено:

– розробку структури та визначення функцій окремих модулів запропонованої децентралізованої системи;

– розробку методу декомпозиції завдань керування багатозв'язним процесом;

– аналіз впливу порушення структурних взаємодій на працездатність керованої багатозв'язної системи;

– розробку методів децентралізованого керування багатовимірними системами з різними типами завдання взаємодій між підсистемами;

– експериментальне моделювання запропонованого підходу.

Перелік посилань:

1. Isermann R. Digital Control Systems. Springer Science & Business Media, 2013 . 566 p. DOI:10.1007/978-3-662-02319-8

2. Ходаков В.Е., Соколова Н.А., Кірійчук Д.Л. Про розвиток основ координації складних систем. *Проблеми інформаційних технологій*. 2014. № 2 (016). С. 25 – 30.

3. Zhang Y.,Wei, W. Decentralized coordination control of PV generators, storage battery, hydrogen production unit and fuel cell in islanded DC microgrid. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2020. Vol. 4., No. 15. P. 8243–8256.

4. Shrivastava S., Subudhi B. Comprehensive review on hierarchical control of cyber-physical microgrid system. *Generation, Transmission & Distribution*. 2020. Vol. 14, No. 26. P. 6397–6416.

5. Ладанюк А.П., Власенко Л.О., Заєць Н.А. Системний аналіз складного об'єкта в задачах діагностики та координації. *Автоматизація виробничих процесів*. 2006. № 2. С. 44–47.

6. Ge X., Han Q.-L, Ding L., Wang Y.-L., Zhang M. X., Dynamic eventtriggered distributed coordination control and its applications: a survey of trends and techniques. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems.* 2020. Vol. 50, No. 9. P. 3112–3125.

7. Шумигай Д.А., Ладанюк А.П. Алгоритми координації підсистем технологічних комплексів з використанням еталонних моделей. *Восточноевропейский журнал передовых технологий.* 2010. № 6/3 (48). С. 24-32.

8. Shergin V., Udovenko S., Chala L., Pogurskaya M. Elastic scale-free networks model based on the mediation-driven attachment rule. *2020. IEEE Third International Conference «DATA STREAM MINING & PROCESSING» (DSMP)*. Lviv, Ukraine, 21–22 august 2020. P. 291-295. https://doi.org/10.1109/DSMP47368.2020.9204207

9. Gigi S., Tangirala A. Quantification of interaction in multiloop control systems using directed spectral decomposition. *Automatica* 2013. No. 49(5). URL: https://cse.sc.edu/~gatzke/cache/huang-multi-loop-control.pdf

10. Бодянский Е.В., Удовенко С.Г., Ачкасов А.Е., Вороновский Г.К. Субоптимальное управление стохастическими процесами. Харьков: Основа. 1997. 140 с.

11. Катренко А.В., Савка І.В. Механізми координації у складних ієрархічних системах. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія: Інформаційні системи та мережі.* 2008. С. 156–166.

12. Бойченко О.В. Координація нечітких рішень в багаторівневій системі. *Радіоелектроніка, інформатика, управління.* 2016. № 2 (37). С. 57 – 61.

13. Дубовой В.М., Юхимчук М.С. Дослідження стійкості та збіжності децентралізованої координації локальних систем управління розподіленими кіберфізичними системами. *Вісник ВПІ.* 2021. Вип. 4. С. 62–69. https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-157-4-62-69 /

14. Нефьодов Д.А., Удовенко С.Г., Чала Л.Е. Мікросервісна архітектура системи потокової обробки великих даних. *АСУ та прилади автоматики*. 2022. № 178. С. 50-64. https://doi.org/10.30837/0135-1710.2022.178.050 .

Надійшла до редколегії 18.04.2024 р.

Удовенко Сергій Григорович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри ІКТ ХНЕУ ім. С. Кузнеця, м. Харків, Україна, e-mail:udovenkosg@gmail.com, ORCID:https://orcid.org/0000-0001-5945-86-47

Затхей Володимир Анатолійович, кандидат технічних, наук, доцент, доцент кафедри ІКТ ХНЕУ ім. С. Кузнеця, м. Харків, Україна, e-mail:zathey_va@ukr.net, ORCID:https://orcid.org/0000-0003-4426-7789.

Тесленко Олег Володимирович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри ІКТ ХНЕУ ім. С. Кузнеця, м. Харків, Україна, e-mail:oleh.teslenko@hneu.net, ORCID:https://orcid.org/0000-0003-3105-9323.